МИНИСТЕРСТВО НАУКИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«**Вятский государственный университет**»

**(ФГБОУ ВО «ВятГУ»)**

Факультет автоматики и вычислительной техники

Кафедра ЭВМ

Исследование многослойного персептрона с обучением по методу с обратным распространением ошибки

Отчёт

### Лабораторная работа № 1 по дисциплине

«Системы обработки знаний»

Выполнила студентка группы ИВТб-4302\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Зубарева Н.А./

## Проверил доцент кафедры ЭВМ\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_/Ростовцев В.С./

Киров 2019

**Цель**

Изучить алгоритм обратного распространения ошибки (ОРО) в процессе обучения нейронной сети при вариативных параметрах обучения. Работа выполняется с помощью программы BackPropagate 3.0.0.exe.

**1 Задание**

Обучающая выборка представлена в приложении А. Используется выходная функция out = x1 + x2 \* x3. Переменные x1 и x2 изменяются в промежутке [1;6] с шагом 0,1, переменная x3 изменяется в промежутке [0;5] с шагом 0,1.

**2 Протокол выполнения**

Во всех таблицах ниже цветом выделен наилучший результат. Значение минимальной ошибки не учитывалось при выборе.

**2.1 Влияние нормализации на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200

В таблице 1 показаны результаты исследования.

Таблица 1 – Влияние нормализации на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Тип нормализации | Результат |
| Без нормализации | Максимальная ошибка: 18,62  Минимальная ошибка: 0  Средняя ошибка: 17,305  Среднеквадратичная ошибка: 7406,0122 |
| [0;1] | Максимальная ошибка: 17,258574  Минимальная ошибка: 0,0097739999999997  Средняя ошибка: 1,53189845833333  Среднеквадратичная ошибка: 216,42036010078 |
| [-0.5;0.5] | Максимальная ошибка: 10,594012  Минимальная ошибка: 1,089046  Средняя ошибка: 7,32274089583333  Среднеквадратичная ошибка: 1346,5718895183 |
| [-1;1] | Максимальная ошибка: 10,51021  Минимальная ошибка: 1,008161  Средняя ошибка: 7,33109845833333  Среднеквадратичная ошибка: 1348,20109293241 |

Применение нормализации [0;1] значительно сокращает величину ошибок. Результат лучше примерно в 8 раз для средних и, приблизительно в 6 раз для среднеквадратичных ошибок при нормализации [-0,5;0,5] (наиболее близкой к лучшей).

**2.2 Влияние выбора примеров на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

В таблице 2 показаны результаты исследования.

Таблица 2 – Влияние выбора примеров на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Выбор примеров | Результат |
| Последовательный | Максимальная ошибка: 17,355363  Минимальная ошибка: 0,0643880000000001  Средняя ошибка: 1,523213625  Среднеквадратичная ошибка: 218,96843604776 |
| Случайный | Максимальная ошибка: 17,26611  Минимальная ошибка: 0.0149909999999998  Средняя ошибка: 1,52244627083333  Среднеквадратичная ошибка: 216,674980187541 |

Случайный выбор примеров показывает лучший результат по сравнению с последовательным выбором примеров обучения.

**2.3 Влияние крутизны функции на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

В таблице 3 показаны результаты исследования.

Таблица 3 – Влияние крутизны функции на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Крутизна функции | Результат |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 17,315545  Минимальная ошибка: 0,056913  Средняя ошибка: 1,5432125625  Среднеквадратичная ошибка: 218,739705092413 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 17,162719  Минимальная ошибка: 0.054646  Средняя ошибка: 1,5199750625  Среднеквадратичная ошибка: 212,856047000392 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 17,200772  Минимальная ошибка: 0,031061999999999  Средняя ошибка: 1,528764083333333  Среднеквадратичная ошибка: 214,46866449778 |
| 3,0 | Максимальная ошибка: 17,333582  Минимальная ошибка: 0,058125  Средняя ошибка: 1,55032866666667  Среднеквадратичная ошибка: 219,677907341545 |

Наилучшие результаты – при крутизне функции 0,5 и 1,0. Несмотря на то, что минимальная ошибки при крутизне функции 1,0 меньше, чем при 0,5, приоритет отдаем использованию крутизны функции 0,5, т,к, по остальным видам ошибок она дает лучшие результаты.

**2.4 Влияние смещения на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 0,5.

В таблице 4 показаны результаты исследования.

Таблица 4 – Влияние смещения на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Смещение | Результат |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 16,929345  Минимальная ошибка: 0,031780000000004  Средняя ошибка: 1,44332929166667  Среднеквадратичная ошибка: 202,274543185897 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 16,890687  Минимальная ошибка: 0,0593590000000002  Средняя ошибка: 1,44381785416667  Среднеквадратичная ошибка: 189,537756504938 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 16,925725  Минимальная ошибка: 0.0503490000000002  Средняя ошибка: 1,4866554375  Среднеквадратичная ошибка: 204,191466035639 |
| 2,0 | Максимальная ошибка: 17,05142  Минимальная ошибка: 0,0336589999999997  Средняя ошибка: 1,50113808333333  Среднеквадратичная ошибка: 208,580588663704 |

Наилучшие результаты наблюдаются при смещениях 0,1 и 0,5, они отличаются незначительно. Наименьшие минимальная и средняя ошибки наблюдаются при смещении 0,1, а наименьшие максимальная и среднеквадратическая ошибка – при смещении 0,5.

**2.5 Влияние скорости обучения на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 0,5.

Смещение: 0,5.

В таблице 5 показаны результаты исследования.

Таблица 5 – Влияние скорости обучения на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Скорость обучения | Результат |
| 0,01 | Максимальная ошибка: 17,010517  Минимальная ошибка: 0,0463480000000001  Средняя ошибка: 1,62663347916667  Среднеквадратичная ошибка: 214,064694229246 |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 17,086234  Минимальная ошибка: 0,061809999999999  Средняя ошибка: 1,49696791666667  Среднеквадратичная ошибка: 209,409489005792 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 16,495687  Минимальная ошибка: 0,107519  Средняя ошибка: 1,37874825  Среднеквадратичная ошибка: 187,408073991354 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 12,904543  Минимальная ошибка: 0,0227379999999999  Средняя ошибка: 1,1760671875  Среднеквадратичная ошибка: 113,674903656776 |

Увеличение скорости обучения во всех случаях ведет к снижению средней и среднеквадратичной ошибки. Наилучшие результаты наблюдаются при скорости 1,0.

**2.6 Влияние количества нейронов в скрытом слое на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 0,5.

Смещение: 0,5.

Скорость обучения: 1.

В таблице 6 показаны результаты исследования.

Таблица 6 – Влияние количества нейронов в скрытом слое на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Количество нейронов в скрытом слое | Результат |
| 1 | Максимальная ошибка: 16,022294  Минимальная ошибка: 0,118463  Средняя ошибка: 1,19724083333333  Среднеквадратичная ошибка: 168,77219164136 |
| 5 | Максимальная ошибка: 12,538301  Минимальная ошибка: 0,040439999999998  Средняя ошибка: 1,2016178125  Среднеквадратичная ошибка: 110,073020622078 |
| 10 | Максимальная ошибка: 12,542406  Минимальная ошибка: 0,0443320000000003  Средняя ошибка: 1,27686122916667  Среднеквадратичная ошибка: 112,674378138088 |

Приоритет был отдан количеству нейронов в скрытом слое, равному 5.

**2.7 Влияние момента на эффективность алгоритма ОРО**

Число входов: 3.

Число выходов: 1.

Циклов обучения: 200.

Нормализация: [0;1].

Выбор примеров: случайный.

Крутизна функции: 0,5.

Смещение: 0,5.

Скорость обучения: 1.

Количество нейронов в скрытом слое: 5.

В таблице 7 показаны результаты исследования.

Таблица 7 – Влияние момента на эффективность алгоритма ОРО

|  |  |
| --- | --- |
| Момент | Результат |
| Без момента | Максимальная ошибка: 14,015154  Минимальная ошибка: 0,008960000000000  Средняя ошибка: 1,06988760416667  Среднеквадратичная ошибка: 126,335274316845 |
| 0,1 | Максимальная ошибка: 12,868912  Минимальная ошибка: 0,009839999999998  Средняя ошибка: 1,19211735416667  Среднеквадратичная ошибка: 114,289345669147 |
| 0,5 | Максимальная ошибка: 18,619436  Минимальная ошибка: 0,0149639999999991  Средняя ошибка: 17,3017904166667  Среднеквадратичная ошибка: 7403,27253404195 |
| 1,0 | Максимальная ошибка: 18,6199  Минимальная ошибка: 0,0034050000000007  Средняя ошибка: 17,3043035208333  Среднеквадратичная ошибка: 7405,41795581855 |

Наилучшие результаты наблюдаются при обучении без момента и обучении с моментом 0,1. Наименьшие минимальная и средняя ошибки наблюдаются при обучении без момента, а наименьшие максимальная и среднеквадратическая ошибка – при обучении с моментом 0,1.

**3 Ручной расчет**

Для более подробного изучения алгоритма ОРО в режиме трассировки был сделан один проход (включающий прямое и обратное распространение), а затем те же самые действия были произведены вручную.

На рисунке 1 показана трассировка первого прохода при обучении сети.

На рисунке 2 показана структура сети.

|  |  |
| --- | --- |
| Инициализация весов синапсов случайным образом...  Нейрон[1][1]  w[1, 1, 1] = -0,266  w[1, 1, 2] = 0,158  w[1, 1, 3] = 0,924  Вес смещения:  w[1, 1, 4] = 1  Нейрон[1][2]  w[1, 2, 1] = -0,894  w[1, 2, 2] = 0,022  w[1, 2, 3] = 0,336  Вес смещения:  w[1, 2, 4] = 1  Нейрон[1][3]  w[1, 3, 1] = -0,312  w[1, 3, 2] = -0,918  w[1, 3, 3] = 0,368  Вес смещения:  w[1, 3, 4] = 1  Нейрон[1][4]  w[1, 4, 1] = 0,996  w[1, 4, 2] = -0,044  w[1, 4, 3] = -0,928  Вес смещения:  w[1, 4, 4] = 1  Нейрон[1][5]  w[1, 5, 1] = -0,592  w[1, 5, 2] = 0,434  w[1, 5, 3] = -0,438  Вес смещения:  w[1, 5, 4] = 1  Нейрон[2][1]  w[2, 1, 1] = 0,628  w[2, 1, 2] = 0,558  w[2, 1, 3] = -0,086  w[2, 1, 4] = 0,232  w[2, 1, 5] = 0,34  Вес смещения:  w[2, 1, 6] = 1  Выбираем допустимый образ из обучающего множества...  0,177033  0,172249  0,129187  0,123445  Подаем сигнал на вход нейронной сети...  Нейрон[0][1]  Аксон = 0,177033  Нейрон[0][2]  Аксон = 0,172249  Нейрон[0][3]  Аксон = 0,129187  Прямая волна...  Нейрон[1][1]  Взвешенная сумма = 1,099493352  Аксон = 0,6340768159  Нейрон[1][2]  Взвешенная сумма = 0,888928808  Аксон = 0,6093222932  Нейрон[1][3]  Взвешенная сумма = 0,834181938  Аксон = 0,6027869352  Нейрон[1][4]  Взвешенная сумма = 1,048860376  Аксон = 0,6281831075  Нейрон[1][5]  Взвешенная сумма = 0,913368624  Аксон = 0,6122273086  Нейрон[2][1]  Взвешенная сумма = 2,040258169  Аксон = 0,7349977428 | Обратная волна - подсчет локальной ошибки нейронов...  Подсчет локальной ошибки нейронов на выходе нейронной сети...  Желаемый сигнал на выходе:  0,123445  Прогнозируемый сигнал на выходе нейронной сети:  0,7349977428  Нейрон[2][1]  Локальная ошибка = 0,05955791713  Подсчет локальной ошибки нейронов в скрытых слоях нейронной сети...  Нейрон[1][1]  Локальная ошибка = 0,004339112894  Нейрон[1][2]  Локальная ошибка = 0,003955572985  Нейрон[1][3]  Локальная ошибка = -0,0006131903507  Нейрон[1][4]  Локальная ошибка = 0,001613663073  Нейрон[1][5]  Локальная ошибка = 0,00240368936  Коррекция весов синапсов...  w[1, 1, 1] = -0,2667681662  w[1, 1, 2] = 0,1572525921  w[1, 1, 3] = 0,923439443  Вес смещения:  w[1, 1, 4] = 0,9956608871  w[1, 2, 1] = -0,894700267  w[1, 2, 2] = 0,02131865651  w[1, 2, 3] = 0,3354889914  Вес смещения:  w[1, 2, 4] = 0,996044427  w[1, 3, 1] = -0,3118914451  w[1, 3, 2] = -0,9178943786  w[1, 3, 3] = 0,3680792162  Вес смещения:  w[1, 3, 4] = 1,00061319  w[1, 4, 1] = 0,9957143284  w[1, 4, 2] = -0,04427795185  w[1, 4, 3] = -0,9282084643  Вес смещения:  w[1, 4, 4] = 0,9983863369  w[1, 5, 1] = -0,5924255323  w[1, 5, 2] = 0,4335859669  w[1, 5, 3] = -0,4383105254  Вес смещения:  w[1, 5, 4] = 0,9975963106  w[2, 1, 1] = 0,5902357055  w[2, 1, 2] = 0,5217100334  w[2, 1, 3] = -0,1219007343  w[2, 1, 4] = 0,1945867225  w[2, 1, 5] = 0,3035370167  Вес смещения:  w[2, 1, 6] = 0,9404420829 |

Рисунок 1 – Трассировка первого прохода

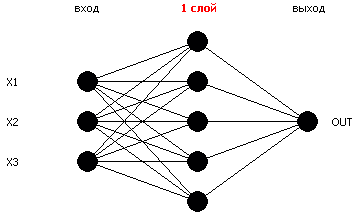


Рисунок 2 – Структура сети

В качестве активационной функции взята

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

где – взвешенная сумма входов i-го нейрона (с учетом смещения);

– коэффициент крутизны. Для всех слоев = 0,5.

В таблице 8 показан расчет прямой волны.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | № выхода | Входной сигнал xj | Весовой коэффициент wij | Смещение wi0 | Вес смещения | wij\*xj | Взвешенная сумма Si | Выход нейрона yi = F(Si) |
| Вход | 1 | 1 | 0,177033 | - | - | - | - | - | 0,177033 |
| 2 | 1 | 0,172249 | - | - | - | - | - | 0,172249 |
| 3 | 1 | 0,129187 | - | - | - | - | - | 0,129187 |
| 1 | 1 | 1 | 0,177033 | -0,266 | 0,5 | 1 | -0,047090778 | 1,099493352 | 0,634076816 |
| 2 | 0,172249 | 0,158 | 0,027215342 |
| 3 | 0,129187 | 0,924 | 0,119368788 |
| 2 | 1 | 0,177033 | -0,894 | 0,5 | 1 | -0,158267502 | 0,888928808 | 0,609322293 |
| 2 | 0,172249 | 0,022 | 0,003789478 |
| 3 | 0,129187 | 0,336 | 0,043406832 |
| 3 | 1 | 0,177033 | -0,312 | 0,5 | 1 | -0,055234296 | 0,834181938 | 0,602786935 |
| 2 | 0,172249 | -0,918 | -0,158124582 |
| 3 | 0,129187 | 0,368 | 0,047540816 |
| 4 | 1 | 0,177033 | 0,996 | 0,5 | 1 | 0,176324868 | 1,048860376 | 0,628183108 |
| 2 | 0,172249 | -0,044 | -0,007578956 |
| 3 | 0,129187 | -0,928 | -0,119885536 |
| 5 | 1 | 0,177033 | -0,592 | 0,5 | 1 | -0,104803536 | 0,913368624 | 0,612227309 |
| 2 | 0,172249 | 0,434 | 0,074756066 |
| 3 | 0,129187 | -0,438 | -0,056583906 |
| Выход | 1 | 1 | 0,634076816 | 0,628 | 0,5 | 1 | 0,39820024 | 2,040258169 | 0,734997743 |
| 2 | 0,609322293 | 0,558 | 0,34000184 |
| 3 | 0,602786935 | -0,086 | -0,051839676 |
| 4 | 0,628183108 | 0,232 | 0,145738481 |
| 5 | 0,612227309 | 0,34 | 0,208157285 |

Для расчета ошибок необходимо найти производную функции (1) по :

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |

Тогда ошибка единственного нейрона выходного слоя буден найдена как

где – фактическое значение его выхода;

– желаемый сигнал на выходе.

Ошибка i-го нейрона скрытого слоя будет найдена как

где – ошибка выходного слоя;

– синаптическая связь между i-м нейроном скрытого слоя и j-м нейроном выходного слоя.

В таблице 9 показан расчет ошибок.

Таблица 9 – Расчет ошибок

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | Si | F'(Si) | Ошибка |
| Выход | 1 | 2,040258169 | 0,09738803 | 0,05955791713 |
| 1 | 1 | 1,099493352 | 0,116011704 | 0,00433911289 |
| 2 | 0,888928808 | 0,119024318 | 0,00395557298 |
| 3 | 0,834181938 | 0,119717423 | -0,00061319035 |
| 4 | 1,048860376 | 0,116784545 | 0,00161366307 |
| 5 | 0,913368624 | 0,118702516 | 0,00240368936 |

Коррекция веса синапса производится по следующей формуле:

Коррекция веса смещения производится по следующей формуле:

В таблице 10 показан расчет новых весов.

Значения в таблицах 8,9 полностью совпадают со значениями на рис. 1.

Скорректированные веса в таблице 10 совпадают с искомыми с точностью не менее трех знаков после запятой; погрешность можно объяснить ошибками округления и расчетов с плавающей запятой в разных средах.

Таким образом, ручной расчет выполнен верно.

Таблица 10 – Расчет новых весов.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № слоя | № нейрона | № выхода | Предыдущий весовой коэффициент wij(t) | Предыдущий вес смещения Tj(t) | Новый весовой коэффициент wij(t+1) | Новый вес смещения Tj(t+1) |
| 1 | 1 | 1 | -0,266 | 1 | -0,266002184 | 0,999496612 |
| 2 | 0,158 | 0,157997816 |
| 3 | 0,924 | 0,923997816 |
| 2 | 1 | -0,894 | 1 | -0,894001862 | 0,999529191 |
| 2 | 0,022 | 0,021998138 |
| 3 | 0,336 | 0,335998138 |
| 3 | 1 | -0,312 | 1 | -0,312000045 | 1,00007341 |
| 2 | -0,918 | -0,918000045 |
| 3 | 0,368 | 0,367999955 |
| 4 | 1 | 0,996 | 1 | 0,995999696 | 0,999811549 |
| 2 | -0,044 | -0,044000304 |
| 3 | -0,928 | -0,928000304 |
| 5 | 1 | -0,592 | 1 | -0,592000686 | 0,999714676 |
| 2 | 0,434 | 0,433999314 |
| 3 | -0,438 | -0,438000686 |
| Выход | 1 | 1 | 0,628 | 1 | 0,62765455 | 0,994199772 |
| 2 | 0,558 | 0,55765455 |
| 3 | -0,086 | -0,08634545 |
| 4 | 0,232 | 0,23165455 |
| 5 | 0,34 | 0,33965455 |

**4 Выводы**

В ходе выполнения лабораторной работы был исследован алгоритм ОРО при обучении многослойной НС, а также влияние различных параметров на качество обучения.

Наибольшее влияние на качество обучения показали нормализация, крутизна функции и величина момента. Влияние других параметров, таких как смещение, скорость обучения и количество нейронов в скрытом слое были значительно меньше. При этом, случайный выбор примеров улучшил результаты работы, его использование предпочтительно для избегания привыкания сети.

Оптимальные параметры, выбранные для решения данной задачи:

Число входов: 3; Число выходов: 1; Циклов обучения: 200; Нормализация: [0;1]; Выбор примеров: случайный; Крутизна функции: 0,5; Смещение: 0,5; Скорость обучения: 1; Количество нейронов в скрытом слое: 5.

Работе алгоритма ОРО была проверена ручным расчетом одного прохода. Вычисленные вручную значения совпали практически точно, разница с рассчитанными автоматически возникла из-за округлений и погрешностей в вычислениях.

Приложение А

(обязательное)

Обучающая выборка

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| X1 | X2 | X3 | OUT |
| 1,10 | 1,00 | 0,10 | 21,00 |
| 1,20 | 1,10 | 0,20 | 11,50 |
| 1,30 | 1,20 | 0,30 | 8,99 |
| 1,40 | 1,30 | 0,40 | 6,75 |
| 1,50 | 1,40 | 0,50 | 5,80 |
| 1,60 | 1,50 | 0,60 | 5,17 |
| 1,70 | 1,60 | 0,70 | 4,71 |
| 1,80 | 1,70 | 0,80 | 4,38 |
| 1,90 | 1,80 | 0,90 | 4,11 |
| 2,00 | 1,90 | 1,00 | 3,90 |
| 2,10 | 2,00 | 1,10 | 3,73 |
| 2,20 | 2,10 | 1,20 | 3,58 |
| 2,30 | 2,20 | 1,30 | 3,46 |
| 2,40 | 2,30 | 1,40 | 3,36 |
| 2,50 | 2,40 | 1,50 | 3,27 |
| 2,60 | 2,50 | 1,60 | 3,19 |
| 2,70 | 2,60 | 1,70 | 3,12 |
| 2,80 | 2,70 | 1,80 | 3,06 |
| 2,90 | 2,80 | 1,90 | 3,00 |
| 3,00 | 2,90 | 2,00 | 2,95 |
| 3,10 | 3,00 | 2,10 | 2,90 |
| 3,20 | 3,10 | 2,20 | 2,86 |
| 3,30 | 3,20 | 2,30 | 2,83 |
| 3,40 | 3,30 | 2,40 | 2,79 |
| 3,50 | 3,40 | 2,50 | 2,76 |
| 3,60 | 3,50 | 2,60 | 2,73 |
| 3,70 | 3,60 | 2,70 | 2,70 |
| 3,80 | 3,70 | 2,80 | 2,68 |
| 3,90 | 3,80 | 2,90 | 2,66 |
| 4,00 | 3,90 | 3,00 | 2,63 |
| 4,10 | 4,00 | 3,10 | 2,61 |
| 4,20 | 4,10 | 3,20 | 2,59 |
| 4,30 | 4,20 | 3,30 | 2,58 |
| 4,40 | 4,30 | 3,40 | 2,56 |
| 4,50 | 4,40 | 3,50 | 2,54 |
| 4,60 | 4,50 | 3,60 | 2,53 |
| 4,70 | 4,60 | 3,70 | 2,51 |
| 4,80 | 4,70 | 3,80 | 2,50 |
| 4,90 | 4,80 | 3,90 | 2,49 |
| 5,00 | 4,90 | 4,00 | 2,48 |
| 5,10 | 5,00 | 4,10 | 2,46 |
| 5,20 | 5,10 | 4,20 | 2,45 |
| 5,30 | 5,20 | 4,30 | 2,44 |
| 5,40 | 5,30 | 4,40 | 2,43 |
| 5,50 | 5,40 | 4,50 | 2,42 |
| 5,60 | 5,50 | 4,60 | 2,41 |
| 5,70 | 5,60 | 4,70 | 2,40 |
| 5,80 | 5,70 | 4,80 | 2,40 |
| 5,90 | 5,80 | 4,90 | 2,39 |
| 6,00 | 5,90 | 5,00 | 2,38 |